ДЕДУКТИВНЫЙ СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ С ОГРАНИЧЕНИЕМ ВРЕМЕНИ

Бельтюков А.П., Ижевск

Построена формальная конструктивная теория, реализационная семантика которой соответствует вычислениям в среде с ограниченными временем и памятью. Доказаны теоремы о полноте и непротиворечивости данной семантики. Показана также существенная неполнота этой семантики для случая неограниченной памяти.

Формула теории может иметь один из следующих видов.

1. Атомарная формула P(X), где P – предикат, X – последовательность переменных, разделенных запятыми.

2. Копируемая формула !a, где a – формула (формула !!a отождествляется с формулой !a).

3. Импликация $(\bar{a} \Rightarrow \bar{B})$, где $\bar{a}$ – цепочка слов вида x:a (x – переменная, a – формула), $\bar{B}$ – цепочка слов вида $|\bar{b}$, $\bar{b}$ – цепочка слов вида y:b (y – переменная, b – формула). Любая из этих цепочек в импликации может быть пустой. Некоторые из переменных x могут совпадать с некоторыми переменными y. Тогда совпадают и соответствующие формулы b с соответствующими формулами a. В одном и том же списке $\bar{b}$ могут повторяться переменные y. Тогда повторяются и соответствующие формулы b. Переменные x в цепочке $\bar{a}$ и y в цепочках B считаются связанными во всей формуле $(\bar{a} \Rightarrow \bar{B})$ и в формулах $\bar{b}$ соответственно.

Выводом в строящейся формальной теории является дерево, в узлах которого содержатся ссылки на применяемые правила вывода с указанием посылок, гипотезы, формы вида x:a (x – переменная, a – формула), полученные по правилу из вышележащего узла, вспомогательные выводы. Между предложениями, полученными в различных ветвях вывода, подразумевается связка "или".

Правила вывода записываются следующим образом:

$$\frac{\text{Посылки}}{\text{Заключения} \,|\, \ldots \,|\, \text{Заключения}}$$

Количество списков заключений может быть нулевым. В этом случае говорим, что из списка посылок выводится противоречие. Если одна из посылок правила – вспомогательный вывод, то она записывается в виде:

] Гипотезы
...
Заключение | ... | Заключение

Здесь заключения разбиваются по ветвям вывода. В каждый список заключений включаются только не использованные в этой ветви формулы.

Перечислим теперь правила вывода.

1. Правило применения (случай двух списков заключений):

$$\frac{\begin{array}{l} f:j(\bar{x}:\bar{i}\bar{a}(\bar{x}) \Rightarrow |\bar{y}:\bar{b}(\bar{x},\bar{y})|\bar{z}:\bar{c}(\bar{x},\bar{y})) \\ \bar{x}':\bar{i}'\ \bar{a}(\bar{x}') \end{array}}{\bar{y}':\bar{b}(\bar{x}',\bar{y}')|\bar{z}':\bar{c}(\bar{x}',\bar{z}')},$$

где переменные соединяются с формулами "покоординатно", $\bar{y}'$, $\bar{z}'$ - кортежи переменных, не входящих свободно в $\bar{a}(\bar{x}')$, $\bar{i} < \bar{i}'$, т.е. для любого i элемента $\bar{i}$ и соответствующего i' элемента $\bar{i}'$ не может быть $i = !$ и i' пусто.

2. Правило копирования:

$$\frac{\begin{array}{l} x:!a \\ x:!a \end{array}}{x:!a}.$$

3. Правило построения (случай для двух списков заключе - ний):

$$\frac{\begin{array}{l} \bar{u}:\bar{d} \\ ]\bar{x}:\bar{a}. \\ ]f:i(\bar{x}:\bar{a} \Rightarrow |\bar{y}:\bar{b}|\bar{z}:\bar{c}) \\ \quad \dots \\ \bar{y}:\bar{b}|\bar{z}:\bar{c} \end{array}}{f:i(\bar{x}:\bar{a} \Rightarrow |\bar{y}:\bar{b}|\bar{z}:\bar{c})}, \qquad (1)$$

где во вспомогательном выводе используются формы $\bar{u}:\bar{d}$; $i = !$ только если все формулы $\bar{d}$ имеют вид $!d$, $\bar{d}$ не содержит свободно x, в каждой ветви вспомогательного вывода применяется по крайней мере одно правило применения, в качестве первой посылки которого используется форма, отличная от рекурсивной гипотезы (формулы в позиции (1)).

Строится интерпретация теории на основе вычислительной среды из абстрактных объектов-входов, которые можно комбини - ровать друг с другом с помощью программ машин Тьюринга, со - здавая новые входы. С каждым входом связано некоторое натуральное число - время, имеющееся для вычислений с этим входом. Общее время, имеющееся в среде, конечно. Входы можно приме - нять друг к другу. У составных входов для этой цели служит особым образом интерпретируемая программа машины Тьюринга. Вводится понятие реализуемости формулы в вычислительной среде. Абсолютно реализуемыми называем формулы, реализуемые в любой вычислительной среде. Будем рассматривать вычисления с конечным числом занимаемых ячеек ленты. Абсолютную реализуемость в такой модели будем называть конечной реализуемостью.

ТЕОРЕМА 1 (о полноте и непротиворечивости теории для модели вычислителя с конечной памятью). *В построенной теории доказуемы все конечно реализуемые формулы и только они.*

ТЕОРЕМА 2 (о неполноте и непротиворечивости теории для вычислителя с бесконечной памятью). *В построенной формальной теории все доказуемые формулы абсолютно реализуемы. Множество абсолютно реализуемых формул не является рекурсивно-перечислимым.*

РАСПРЕДЕЛЕННЫЕ И ВЕРОЯТНОСТНЫЕ СВОЙСТВА ПРОГРАММ

Бордаченкова Е.А., Москва

Предлагается аппарат для анализа программ в предположении, что начальные значения программных переменных выбираются в соответствии с известным распределением вероятностей.

Используются обозначения: S - программа с множеством состояний памяти V, α,β,γ - предикаты на V, μ_k,ν - меры на V, μ,η - переменные, принимающие значения в множестве мер на V, φ,ψ - предикаты на множестве мер на V.

Рассмотрим свойство

$$\{\varphi(\mu(\alpha_1),\ldots,\mu(\alpha_n))\}\ S\ \{\psi(\mu(\gamma_1),\ldots,\mu(\gamma_k))\}. \tag{1}$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Пусть μ_0 - произвольное значение переменной μ, для которого формула

$$\varphi(\mu(\alpha_1),\ldots,\mu(\alpha_n)) \wedge (\mu(wlp(S,л)) = 0)$$

принимает значение "истина". Пусть для любого α мера ν определяется следующим образом: $\nu(\alpha) = \mu_0(wp(S,\alpha))$. Если для значения ν переменной μ формула $\psi(\mu(\gamma_1),\ldots,\mu(\gamma_k))$ принимает значение "истина", будем говорить, что справедливо распределенное свойство (1).