ИЗМЕРЕНИЕ И МОДЕЛИ КОГНИТИВНЫХ ПРОЦЕССОВ
(Вычислительные системы)
1998 год Выпуск 162

УДК 519.517.12

УСТАНОВЛЕНИЕ РЕСУРСОВ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ[1]

Е.В.Казаков, А.А.Москвитин, К.Ф.Самохвалов

Реализация проекта, заявленного в [1], требует умения экспериментально устанавливать так называемый "(интеллектуальный) ресурс" пользователя. Цель статьи — описать соответствующую измерительную процедуру.

Введение

Предположим, что для данного человека p мы сумели фиксировать путем специального опроса аксиоматическую систему S, в рамках которой он собирается рассуждать как пользователь. Тогда в соответствии с [1], *ресурс (данного человека) p относительно (данной аксиоматической системы) S* есть тройка $\mathrm{res}(p,S) = (m_1(p,S),\ m_2(p,S),\ m_3(p,S))$ натуральных чисел $m_1(p,S)$, $m_2(p,s)$, $m_3(p,S)$ таких, что:

- $m_1(p,S)$ — наибольшая длина доказательств в S, все еще имеющих достаточно высокую (заранее фиксированную) балльную оценку степени убедительности для данного человека p;

- $m_2(p,S)$ — наибольшая длина последовательностей символов алфавита языка системы S, все еще имеющих достаточно высокую (заранее фиксированную) балльную

[1]Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ, № 96-06-80970.

оценку (субъективной уверенности p в) безошибочной распознаваемости их p как формул (или не формул) языка системы;

- $m_3(p, S)$ — то же, что и $m_2(p, S)$, но применительно к термам.

Таким образом, проблема измерения ресурса пользователя p (относительно S) сводится к следующим трем задачам: (i) исследовать вопрос о влиянии длины логических выводов в S на степень убедительности их для p; (ii) исследовать вопрос о влиянии длины последовательности символов на уверенность признания данным человеком p этой последовательности формулой (или не формулой) языка системы S; (iii) исследовать вопрос о влиянии длины последовательности символов на уверенность признания данным человеком p этой последовательности термом (или не термом) языка системы S.

Все три задачи вполне аналогичны тем, что обсуждаются в [2], поэтому ниже мы прибегаем к текстуальным заимствованиям из указанной работы, дабы не затруднять читателя отсылками за пределы настоящей статьи.

Начнем с задачи (iii).

Измерение $\mathbf{m_3(p, S)}$. Пусть L — язык (первого порядка с равенством) системы S; Al — алфавит L; σ — сигнатура L. Предполагается, что сигнатура σ конечна. Пусть, далее, $x, y, z, x_1, y_1, \ldots$ — переменные для слов (т.е. для конечных, включая пустую, последовательностей символов из) алфавита Al; $a, b, c, a_1, b_1, c_1, \ldots$ — константы для них же. Наконец, для любого слова x алфавита Al пусть $|x|$ обозначает длину этого слова.

Когда кто-либо распознает произвольную (конечную) последовательность x символов алфавита Al как терм или не терм сигнатуры σ, завершающим актом этого процесса является всегда субъективное решение признать это слово x термом или признать его не термом; причем рассматриваемый акт, как и всякое субъективное решение, сопровождается, в общем случае, некоторыми сомнениями. Разумеется, интенсивность последних определяет степень уверенности распознавания x в том смысле, что чем меньше интенсивность сомнений, тем больше уверенность. Кроме того, следует заметить, что даже максимальная уверенность акта распознавания x не гарантирует безошибочности результата этого акта.

Как этап установления $m_3(p, S)$ нас пока интересует возможность измерения именно этой *субъективной уверенности* человека в правильности признания им слова x термом или не термом, а не возможность измерения самой по себе правильности такого признания: речь ведь вообще идет (см. [1]) о ресурсах *понимания* человеком своих будущих действий, а не о ресурсах осуществления (сознательного или нет) правильных действий.

Как можно измерить субъективную уверенность человека в правильности признания им слова x термом или не термом?

Распознавая два произвольных слова a и b, человек, скажем p, может путем самонаблюдения установить, что: либо 1) уверенность, связанная с распознаванием a, заметно превосходит уверенность, связанную с распознаванием b; либо 2) уверенность, связанная с распознаванием b, превосходит уверенность, связанную с распознаванием a; либо 3) не то и не другое. Условимся первый случай обозначать фразой *"(слово) a терм-больше (слова) b для (человека) p"*, второй — фразой *"(слово) a терм-меньше (слова) b для (человека) p,"* третий — фразой *"(слово) a терм-равно (слову) b для (человека) p"* или фразой *"(слово) b терм-равно (слову) a для (человека) p"*.

Теперь замысел искомого измерения субъективной уверенности можно схематически описать следующим образом. Сначала отыскивается некая последовательность $(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_m)$ из m слов $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_m$ (в алфавите A1) такая, что a_1 терм-больше слова a_2 для p, слово a_2 терм-больше слова a_3 для p, слово a_3 терм-больше. . . и т.д. При некоторых разумных предположениях это можно сделать так, чтобы всякое другое слово x оказалось либо терм-равным (для p) одновременно только двум смежным словам a_i и a_{i+1} из ряда $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_m$, либо терм-меньшим (для p) любого слова для этого ряда. Такую последовательность слов будем называть *терм-калибровкой (для p)* и обозначать через $TC_{p\sigma}$: $TC_{p\sigma} = (a_1, a_2, a_3, \ldots, a_m)$. Каждое слово a_i, $i = 1, \ldots, m$, из последовательности $TC_{p\sigma}$ будем называть i-м *терм-калибром (для p)*.

Отыскав терм-калибровку $TC_{p\sigma}$, можно далее использовать ее для измерения субъективной уверенности человека в правильности признания им слова x термом или не термом. Для этого нужно: а) установить, терм-равно ли слово x одновременно каким-нибудь двум смежным терм-калибрам a_i и a_{i+1}? б) если нет, то объявить, что субъективная уверенность p в правильности признания им слова x термом или не термом *меньше m баллов*; в) если да, то объявить, что субъективная уверенность p в правильности признания им слова x термом или не термом *равна i баллам*. При этом считается, что чем меньше уверенность, тем больше отвечающий ей балл.

Рассмотрим подробнее вопрос, как можно отыскать терм-калибровку для p.

Терм-калибровка. При отыскании $TC_{p\sigma}$ почти немедленно возникает надобность преодолеть одно специфическое затруднение, которое можно было бы назвать версией общеизвестного "парадокса кучи". Суть дела в следующем. Пусть $T_a(x)$ означает: данным человеком p слово x распознается как терм или не терм сигнатуры σ ровно с такой же субъективной уверенностью, с какой им распознается как терм или не терм сигнатуры σ слово a. Иначе говоря, пусть $T_a(x)$ означает: слово x является *терм-равным для p* (фиксированному) *слову a*. Напомним, что p может установить *для себя* истинность или ложность предиката $T_a(x)$ только путем *самонаблюдения* и *самооценки* своих состояний уверенности в процессе распознавания им слов"; что же касается установления для p истинности или ложности предиката $T_a(x)$ *внешним* наблюдателем, то тут не обойтись без подобающего опроса испытуемого p. Однако, так или иначе, но на первый взгляд кажется, будто повседневный лингвистический опыт (в том числе, опыт работы с первопорядковыми языками) надежно свидетельствует, что свойство "быть терм-равным фиксированному слову a" является *размытым* в следующем смысле: выполняется условие

$$\forall xy(|x| \leq |y| \leq |x| + 1 \rightarrow (T_a(x) \leftrightarrow T_a(y))), \qquad (1)$$

говорящее о том, что любые два слова x и y алфавита А1, разнящиеся по длине не более, чем на один символ, терм-равны или не терм-равны данному слову a одновременно. И все же условие (1) не является правильным обобщением опытных данных: из него следует абсурдное, с точки зрения фактов, заключение, что любое сколь угодно длинное слово алфавита А1 терм-равно данному слову a для данного человека p.

В самом деле, рассмотрим одноместный предикат R_1 на натуральных числах, определяемый соотношением:

(i) $R_1(n) \leftrightarrow \forall x(|x| = |a| + n \rightarrow T_a(x))$.

Как видим, этот предикат выполняется на числе n тогда и только тогда, когда всякое слово алфавита А1, длиною ровно на n символов больше, чем a, терм-равно данному слову a для данного человека p.

Естественно поэтому полагать, что при $n = 0$ предикат R_1 выполняется. Мы, таким образом, имеем:

(ii) $R_1(0)$.

С другой стороны, из (1) непосредственно вытекает

(iii) $\forall nxy(|y| = |a| + n \ \& \ |x| = |a| + n + 1 \rightarrow (T_a(x) \leftrightarrow T_a(y)))$.

В свою очередь, (iii) влечет:

(iv) $\forall n(R_1(n) \rightarrow R_1(n+1))$.

Это легко увидеть. Допустим, (iii) истинно, а (iv) — нет. Тогда для некоторого n_0 имеем:

(v) $R_1(n_0) \ \& \ \neg R_1(n_0 + 1)$.

Откуда, учитывая (i), получаем:

$$\text{(vi)}\quad \forall y(|y| = |a| + n_0 \to T_a(y)) \;\&\; (|x_0| = |a| + n_0 + 1 \;\&\; \neg T_a(x_0)),$$

где x_0 — некоторое слово алфавита A1. Из (vi) следует:

$$\text{(vii)}\quad (|y_0| = |a| + n_0 \;\&\; T_a(y_0)) \;\&\; |x_0| = |a| + n_0 + 1 \;\&\; \neg T_a(x_0),$$

где y_0 — также некоторое слово алфавита A1. Что, в свою очередь, дает:

$$\text{(viii)}\quad |y_0| = |a| + n_0 \;\&\; |x_0| = |a| + n_0 + 1 \;\&\; \neg(T_a(x_0) \leftrightarrow T_a(y_0)).$$

Но (viii) противоречит (iii); следовательно, не может быть так, чтобы (iv) было ложно, а (iii) было истинно. Значит, (iii) действительно влечет (iv).

С другой стороны, (ii) и (iv) дают по индукции:

$$\text{(ix)}\quad \forall n R_1(n),$$

или, вновь учитывая (i),

$$\text{(x)}\quad \forall n x(|x| = |a| + n \to T_a(x)).$$

Выражение (x) означает, очевидно, что любое сколь угодно длинное слово алфавита A1 (длины $|a|+n$, где n — произвольное натуральное число) терм-равно данному слову a (для данного человека p). Это и есть упомянутое абсурдное, с точки зрения фактов, следствие условия (1).

Вывод из наших рассуждений (из нашей версии "парадокса кучи"), стало быть, таков: первоначально размытый интуитивный смысл "размытости" терм-равенства слов *ошибочно* уточнять, вопреки расхожему мнению, как выполнение условия (1); нужно искать какие-то другие уточнения. Собственно говоря, нужно понять, в чем, конкретно, состоит фальшь условия (1), и почему она не видна сразу, а требует для своего обнаружения апелляции к "парадоксу кучи".

Рассмотрим бинарный предикат $S_1(x, y)$, обозначающий отношение: слово x терм-равно слову y (для данного человека p). Отметим, что одноместный предикат $T_a(x)$ очевидным образом определим через предикат $S_1(x,y)$ и константу a:

(xi) $\quad T_a(x) \leftrightarrow S_1(x,a)$.

Поэтому природа размытости предиката $T_a(x)$, *в чем бы она ни состояла*, целиком определяется природой размытости предиката $S_1(x,y)$. А предикат $S_1(x,y)$ *размыт* в следующем смысле: для него выполняется условие

$$\forall xy(|x| \leq |y| \leq |x|+1 \rightarrow S_1(x,y)). \tag{2}$$

Это условие говорит, что любые два слова (алфавита A1), разнящиеся по длине не более, чем на один символ, терм-равны друг другу (для данного человека p). Посмотрим, как условие (2) соотносится с условием (1). Перепишем (1) с учетом (xi). Получаем:

$$\forall xy(|x| \leq |y| \leq |x|+1 \rightarrow (S_1(x,a) \leftrightarrow S_1(y,a))). \tag{1^0}$$

Если бы условие (1) правильно выражало природу размытости предиката $T_a(x)$, то (1^0) должно было бы вытекать из (2). Но в том-то и дело, что это не так. В этом и состоит ошибка принятия условия (1) за выражение смысла размытости предиката $T_a(x)$.

Теперь посмотрим, чем эта ошибка маскируется. Условие (1^0) вытекает из условия (2) при *дополнительном* предположении, что предикат $S_1(x,y)$ симметричен и транзитивен:

(xii) $\quad \forall xy(S_1(x,y) \leftrightarrow S_1(y,x))$;

(xiii) $\quad \forall xyz(S_1(x,y) \,\&\, S_1(y,z) \rightarrow S_1(x,z))$.

В самом деле, пусть (2), (xi), (xii) и (xiii) верны, а (1^0) — нет. Тогда:

(xiv) $\quad |x_0| \leq |y_0| \leq |x_0|+1 \,\&\, \neg(S_1(x_0,a) \leftrightarrow S_1(y_0,a))$,

где x_0, y_0 — некоторые конкретные слова. Из (xiv) имеем:

(xv) $|x_o| \le |y_0| \le |x_0| + 1 \;\&\; ((S_1(x_0, a) \;\&\; \neg(S_1(y_0, a)) \vee$

$\vee (\neg S_1(x_0, a) \;\&\; S_1(y_0, a)))$.

Из (2) и (xv) вытекает:

(xvi) $|x_0| \le |y_0| \le |x_0| + 1 \;\&\; S_!(x_0, y_0) \;\&\; ((S_1(x_0, a) \;\&$

$\& \neg S_1(y_0, a)) \vee (\neg S_1(x_0, a) \;\&\; S_1(y_0, a)))$.

Или:

(xvii) $|x_0| \le |y_0| \le |x_0| + 1 \;\&\; ((S_1(x_0, y_0) \;\&\; S_1(x_0, a) \;\&$

$\& \neg S_1(y_0, a)) \vee (S_1(x_0, y_0) \;\&\; \neg S_1(x_0, a) \;\&\; S_1(y_0, a)))$.

Из (xvii), (xii) и (xiii) путем очевидных преобразований получаем:

(xviii) $|x_0| \le |y_0| \le |x_0| + 1 \;\&\; ((S_1(x_0, y_0) \;\&\; S_1(x_0, a) \;\&$

$\& \neg S_1(y_0, a) \;\&\; S_1(y_0, a)) \vee (S_1(x_0, y_0) \;\&$

$\& \neg S_1(x_0, a) \;\&\; S_1(x_0, a) \;\&\; S_1(y_0, a)))$.

Противоречие.

Этот несложный вывод (1^0) из (2), (xii) и (xiii), как и две его посылки (xii), (xiii) из трех, интуитивно ощущаются как нечто само собою разумеющееся, что и создает иллюзию адекватности условия (1) (в его версии (1^0)) опытным данным. При этом выпадает из внимания тот факт, что, как показывает снова опыт, отношение терм–равенства слов для человека p (в отличие от их обычного "математического" равенства) не транзитивно, и что, следовательно, посылка (xiii) не верна.

Таким образом, если мы хотим иметь дело с предикатом $T_a(x)$, мы должны отправляться от следующего:

а) *исходным* предикатом, подлежащим *непосредственному* наблюдению, является предикат $S_1(x, y)$;

б) *предполагается*, что предикат $S_1(x, y)$ не транзитивен;

в) *предполагается*, что предикат $S_1(x, y)$ рефлексивен, т.е., что результаты наблюдения $S_1(x, y)$ удовлетворяют

условию
$$\forall x S_1(x, x);\tag{3}$$

г) *предполагается*, что предикат $S_1(x, y)$ симметричен, т.е., что результаты наблюдения $S_1(x, y)$ удовлетворяют условию
$$\forall xy(S_1(x, y) \leftrightarrow S_1(y, x));\tag{4}$$

д) *предполагается*, что результаты наблюдения $S_1(x, y)$ удовлетворяют условию (2);

е) *дано* конкретное слово a;

ж) предикат $T_a(x)$ *определяется* соотношением (xi).

Однако этот начальный материал нужно пополнить новыми предположениями, дабы установить для данного испытуемого p процедуру отыскания терм-калибровки $TC_{p\sigma}$.

А именно, дополнительно мы *предполагаем*, что отношение $S_1(x, y)$ в обычных обстоятельствах связано с длинами наблюдаемых слов таким образом, что:

з) для каждого слова x длины d_1 найдется слово y длины d_2, $d_2 > d_1$, такое, что $\neg S_1(x, y)$;

и) если x — произвольное слово длины d_1, y — произвольное слово длины d_2, $d_2 \geq d_1$ и имеет место $S_1(y, x)$, то для любого отрезка z длины d, $d_1 \leq d \leq d_2$, имеет место $S_1(x, z)$.

Теперь мы готовы говорить о процедуре отыскания $TC_{p,\sigma}$.

В этой связи уместно отметить так называемый "метод наименьших изменений", широко и успешно применяемый в психофизических исследованиях (см., например, [3, с. 210–223]).

Этот метод служит для определения порогов раздражения. Есть два вида таких порогов: *абсолютные пороги* и *разностные пороги*. *Абсолютный порог* раздражения — это та минимальная величина раздражения (предполагается, что мы умеем ее измерять в шкале отношений или абсолютной шкале [4, с. 187]), когда ощущение, вызываемое ее действием, становится впервые заметным, или, как еще говорят, когда получается *едва заметное* ощущение.

Разностным порогом называется минимальная величина раздражения, на которую нужно уменьшить или увеличить данное раздражение (что имеет смысл, ибо предполагается наличие шкалы отношений или абсолютной шкалы для измерения величин раздражения), чтобы впервые заметить хоть какое-то изменение первоначального ощущения, или, иными словами, чтобы получить ощущение, *едва заметное отличное от* данного. При этом: первоначальная величина раздражения называется *нормальным раздражением* (обозначается N); величина раздражения, которая изменяется, называется *переменным раздражением* (обозначается V).

В силу специфики нашей задачи нам важно понять только то, как определяются *разностные* пороги.

Простейший способ определения разностного порога состоит в следующем. Для данного нормального раздражения N создаем (или отыскиваем) переменное раздражение V, заметно *большее*, чем N, и уменьшаем его до тех пор, пока различие сделается *впервые* незаметным. Фиксируем полученное при этом значение V_0 переменного раздражения. Затем мы его снова увеличиваем, пока оно не покажется *впервые* снова заметно большим, чем N. Пусть этому соответствует значение V_1. Величина $h(N)$, которая лежит посередине между впервые заметным различием и впервые незаметным различием, есть *верхний пункт равенства (в N)*: $h(N) = \frac{1}{2}(V_0 + V_1)$. Величина ΔN, определяемая соотношением $\Delta N = h(N) - N$, называется *верхним разностным порогом (в N)*.

Нижний разностный порог δN (в N) определяется аналогичным образом, что, впрочем, для нас не существенно, ибо эта часть метода минимальных изменений не будет использоваться при реализации процедуры отыскания $TC_{p\sigma}$.

Начиная с этого момента, мы под стимулом раздражения (для испытуемого) понимаем произвольное слово x (распознаваемое им как терм или не терм), а под величиной этого раздражения, измеряемой в абсолютной шкале, — длину $|x|$ слова x. Под ощущением, вызываемым стимулом раздражения (словом) x, понимается теперь субъективно воспринимаемое испытуемым человеком чувство некоторой (быть может, очень малой) уверенности, которой сопровождается акт распознавания данным человеком слова x как терма или не терма. Если уверенность, связанная с распознаванием x, принимается за *данное* ощущение, то уверенность, связанную с распознаванием y, мы считаем заметно отличным ощущением от данного, если и только если имеет место $\neg S_1(x, y)$; и мы считаем ее *едва* заметно отличным ощущением от данного, если и только если имеет место $\neg S_1(x, y)$, и для всякого слова z, длина $|z|$ которого является промежуточной между длинами $|x|$ и $|y|$, имеет место $S_1(x, z)$. В соответствии с этими замечаниями следует понимать и смысл заявления, что $h(|x|)$ обозначает *верхний пункт равенства в* $|x|$, а $\Delta(|x|)$ обозначает *верхний разностный порог (в* $|x|$*)*.

Теперь простейшая реализация искомой процедуры может быть описана достаточно просто.

Этап 1. Берем *пустое* слово (т.е., слово нулевой длины) в качестве исходного терм-калибра a_1 для p.

Этап 2. Для a_1 методом минимальных изменений определяем верхний пункт равенства $h(|a_1|)$ в $|a_1|$; берем произвольное слово в алфавите A1 длины $h(|a_1|)$; объявляем это слово вторым терм-калибром a_2 для p.

Этап 3. Для слова a_2 методом минимальных изменений определяем верхний пункт равенства $h(h(|a_1|))$ в $h(|a_1|)$; берем произвольное слово в алфавите A1 длины $h(h(|a_1|))$; объявляем это слово третьим терм-калибром a_3 для p.

Этап 4. Для слова a_3 методом минимальных изменений определяем и т.д.

Осуществляем столько таких этапов, сколько (например, $m \geq 1$) мы собираемся иметь различных балльных оценок субъективной уверенности испытуемого p в правильность признания им распознаваемых слов термами или не термами. В силу пунктов "а"-"и", это осуществление всегда возможно.

Мы, таким образом, получаем для p терм-калибровку $TC_{p\sigma} = (a_1, a_2, a_3, \ldots, a_m)$ из m терм-калибров $a_1, a_2, a_3, \ldots \ldots, a_m$ (для p).

Шкала уверенности TS. Выше уже была намечена схема использования терм-калибровки $TC_{p\sigma}$ для измерения субъективной уверенности испытуемого при распознавании им термов сигнатуры σ. Теперь рассмотрим эту тему более подробно.

Условимся говорить, что уверенность, связанная с распознаванием x, *равна i баллам (имеет i баллов)*, если и только если $|x| \geq |a_i|$ и $T_{a_i}(x)$, и *меньше i баллов (имеет i баллов)*, если и только если $|x| > |a_i|$ и $\neg T_{a_i}(x)$.

Логическая корректность приведенного определения "баллов уверенности" обеспечивается положениями "а"–"и", что непосредственно очевидно. Заметим лишь, что вместо баллов $1, \ldots, i, i+1, \ldots$ мы с равным успехом могли бы, соответственно видоизменив последующие обозначения, говорить о баллах $\varphi(1), \ldots, \varphi(i)$, $\varphi(i+1), \ldots$, где φ — произвольное строго монотонное преобразование числовой оси в себя. По этой, собственно, причине мы называем нашу шкалу возможных значений уверенности, обозначим ее через TS, именно балльной шкалой, а не как-либо иначе.

Что касается эмпирического смысла рассматриваемой системы баллов, то он согласован со следующими неформальными замечаниями. Во-первых, уверенность тем больше, чем меньше ее балл; в частности, максимальная уверенность в результате распознавания слова x как терма или не терма достигается испытуемым тогда и только тогда, когда $S(x, a_1)$ — например, при $|x| = |a_1|$ или просто при $x = a_1$. Во-вторых, уверенность в результате распознавания слова x как терма или не терма тем меньше, чем больше неуверенность. В-третьих, уверенность в указанном результате тем меньше, чем слово x длиннее. В-четвертых, два слова x_1 и x_2 могут иметь разные баллы уверенности, даже если они терм-равны для испытуемого, чем и предотвращается "парадокс кучи".

Элемент $m_3(p, S)$ ресурса res(p,S). По определению, $m_3(p, S)$ — наибольшая длина последовательностей символов алфавита языка системы S, все еще имеющих достаточно высокую (заранее фиксированную) балльную оценку (субъективной уверенности p в) безошибочной распознаваемости их p как термов (или не термов) языка системы S. Поэтому, чтобы измерить $m_3(p, S)$, нужно сначала условиться, какой мы фиксируем конкретный балл указанной выше шкалы уверенности. Пусть это будет балл i, $i < m$. Тогда соответствующее этому баллу значение $m_3(p, S)$ определяется следующим образом. В качестве $m_3(p, S)$ берется натуральное число, на единицу меньшее, чем длина $(i+1)$-го терм-калибра a_{i+1} терм-калибровки $TC_{p\sigma}$:

$$m_3(p, S) = |a_{i+1}| - 1. \qquad (5)$$

Учитывая способ получения $TC_{p\sigma}$, мы можем воспользоваться вместо (5) следующей равносильной формулой:

$$m_3(p, S) = \Sigma\Delta(|a_j|), \qquad (5^0)$$

где суммирование по j ведется от 1 до i.

Измерение $m_2(p, S)$. До сих пор речь шла об измерении уверенности, сопутствующей распознаванию термов. Однако все сказанное равным образом приложимо и к измерению уверенности, связанной с распознаванием формул. Поэтому описание измерительной процедуры для $m_2(p, S)$ можно провести путем выборочных повторов, с соответствующими видоизменениями, сказанного ранее.

Распознавая как формулы или не формулы сигнатуры σ два произвольных слова a и b, человек, скажем p, может путем самонаблюдения установить, что: либо 1) уверенность, связанная с распознаванием a, заметно превосходит уверенность, связанную с распознаванием b; либо 2) уверенность, связанная с распознаванием b, заметно превосходит уверенность, связанную с распознаванием a; либо 3) не то и не другое. Условимся первый случай обозначать фразой *"(слово) a форм-больше (слова) b для (человека) p"*, второй — фразой *"(слово) a форм-меньше (слова)* *b для (человека) p"*, третий — фразой *"(слово) a форм-равно (слову) b для (человека) p"* или фразой *"(слово) b форм-равно (слову) a для (человека) p"*.

В этих терминах замысел измерения субъективной уверенности p при распознавании им формул схематически выглядит следующим образом. Сначала отыскивается некая последовательность $(b_1, b_2, b_3, \ldots, b_l)$ из l слов $b_1, b_2, b_3, \ldots, b_l$, (в алфавите A1) такая, что слово b_1 форм-больше слова b_2 для p, слово b_2 форм-больше слова b_3 для p, слово b_3 форм-больше... и т.д. Предполагается, что это можно сделать так, чтобы всякое другое слово x оказалось либо форм-равным (для p) одновременно только двум смежным словам b_i и b_{i+1} из ряда $b_1, b_2, b_3, \ldots, b_l$, либо форм-меньшим (для p) любого слова из этого ряда. Такую последовательность слов будем называть *форм-калибровкой (для p)* и обозначать через $FC_{p\sigma}$: $FC_{p\sigma} = (b_1, b_2, b_3, \ldots, b_l)$. Каждое слово b_i, $i = 1, \ldots, l$, из последовательности $FC_{p\sigma}$ будем называть i-м *форм-калибром (для p)*.

Отыскание форм-калибровки для p сопряжено с трудностями, преодоление которых вполне аналогично тому, что нужно сделать при отыскании терм-калибровки для p, и что мы не будем повторять здесь еще раз.

Однако установив форм-калибровку $FC_{p\sigma}$, можно далее использовать ее для измерения субъективной уверенности человека в правильности признания им слова x формулой или не формулой. Для этого нужно: а) установить, форм-равно ли слово x одновременно каким-нибудь двум смежным форм-калибрам b_i и b_{i+1}; б) если нет, то объявить, что субъективная уверенность p в правильности признания им слова x формулой или не формулой *меньше l баллов*; в) если да, то объявить, что субъективная уверенность p в правильности признания им слова x формулой или не формулой *равна i баллам*. Словом, по уже известному образцу, TS, устанавливается *шкала уверенности испытуемого p при распознавании им формул сигнатуры σ*. Обозначим эту шкалу через FS.

Наконец, вновь следуя тому, что было сказано ранее, мы замечаем: чтобы измерить $m_2(p,S)$, нужно сначала условиться, какой именно конкретный балл i, $i < l$, шкалы FS мы фиксируем. Тогда соответствующее этому баллу значение $m_2(p,S)$ определяется следующим образом. В качестве $m_2(p,S)$ берется натуральное число, на единицу меньшее, чем длина $(i+1)$–го форм–калибра b_{i+1} форм–калибровки $FC_{p\sigma}$:

$$m_2(p,S) = |b_{i+1}| - 1. \tag{6}$$

Учитывая способ получения $FC_{p\sigma}$, мы можем воспользоваться вместо (6) следующей равносильной формулой:

$$m_2(p,S) = \Sigma\Delta(|b_j|), \tag{6^0}$$

где суммирование по j ведется от 1 до i.

Такова схема выполнения задачи (ii).

Измерение $\mathbf{m_1(p,S)}$. Выполнение задачи i также следует подобной схеме, но нужно учесть следующие два обстоятельства. Во–первых, слово "убедительность" в определении $m_1(p,S)$ играет ту же роль, что слово "уверенность" в определениях $m_2(p,S)$ и $m_3(p,S)$; во–вторых, роль алфавита A1 должен играть теперь алфавит $A1^+$, полученный из A1 добавлением к нему ровно одного символа — символа пробела.

Далее, рспознавая как доказательства или не доказательства (в системе S) два произвольных слова a и b (в алфавите $A1^+$), p может путем самонаблюдения установить, что: либо 1) убедительность, связанная с распознаванием a, заметно превосходит убедительность, связанную с распознаванием b; либо 2) убедительность, связанная с распознаванием b, заметно превосходит убедительность, связанную с распознаванием a; либо 3) не то и не другое. Условимся первый случай обозначать фразой *"(слово) a док–больше (слова) b для (человека) p"*, второй — фразой *"(слово) a док–меньше (слова) b для (человека) p"*, третий — фразой *"(слово) a док–равно (слову) b для (человека) p"* или фразой *"(слово) b док–равно (слову) a*

для (человека) p". Пользуясь этими определениями, находим по знакомой схеме так называемую *док-калибровку (для p)* — аналог терм- и форм-калибровок. Обозначим ее через $PC_{p\sigma}$ и заметим, что $PC_{p\sigma} = (c_1, c_2, c_3, \ldots, c_k)$, где $c_1, c_2, c_3, \ldots, c_k$ — слова в алфавите $A1^+$. Каждое слово c_i, $i = 1, \ldots, k$, из последовательности $PC_{p\sigma}$ — *i-й док-калибр (для p)*.

Подобно шкалам TS и FS устанавливается *шкала убедительности для испытуемого p распознавания им доказательств системы S*. Обозначим эту шкалу через PS.

Фиксируется конкретный балл i, $i < k$, шкалы PS, и соответствующее этому баллу значение $m_1(p, S)$ определяется следующим образом. В качестве $m_1(p, S)$ берется натуральное число, на единицу меньшее, чем длина $(i+1)$-го док-калибра c_{i+1} форм-калибровки $PC_{p\sigma}$:

$$m_1(p, S) = |c_{i+1}| - 1. \tag{7}$$

Учитывая способ получение $PC_{p\sigma}$ мы можем воспользоваться вместо (7) следующей равносильной формулой:

$$m_1(p, S) = \Sigma\Delta(|c_j|), \qquad (7^0),$$

где суммирование по j ведется от 1 до i.

З а к л ю ч е н и е

Таким образом, описана экспериментальная процедура, позволяющая при некоторых разумных предположениях приписать испытуемому человеку (пользователю) p, рассуждающему в рамках аксиоматической системы S, интеллектуальный ресурс $res(p, S) = (m_1(p, S), m_2(p, S), m_3(p, S))$. Важно при этом подчеркнуть, что практическая реализация описанной процедуры требует умения организовать психологически приемлемый способ специального опроса испытуемого человека. Как это сделать — отдельная задача.

Литература

1. КАЗАКОВ Е.В., МОСКВИТИН А.А., САМОХВАЛОВ К.Ф. Проект разработки языков спецификаций задач, ориентированных на пользователя //Модели когнитивных процессов. — Новосибирск, 1997. — Вып. 158: Вычислительные системы. — С. 63–94.

2. КАРГАЛЬЦЕВА С.Л., САМОХВАЛОВ К.Ф. Как измерить склонность к конформизму //Искусственный интеллект и экспертные системы. — Новосибирск, 1997. — Вып. 160: Вычислительные системы. — С. 18–35.

3. ЧЕЛПАНОВ Г. Введение в экспериментальную психологию. — М. — 1916.

4. ГОНЧАРОВ С.С., ЕРШОВ Ю.Л., САМОХВАЛОВ К.Ф. Введение в логику и методологию науки. — М.: Интерпракс, 1994. — 256 с.

Поступила в редакцию
15 декабря 1997 года