МОДЕЛИ КОГНИТИВНЫХ ПРОЦЕССОВ
(Вычислительные системы)
2001 год Выпуск 168

УДК 517.2

О ПАРАДОКСЕ МИНИМАЛЬНОЙ ЛОГИКИ[1]

С.П. Одинцов

Минимальная логика **Lj** находится на границе исследований в области паранепротиворечивости. Это объясняется ее парадоксальным свойством: $\varphi, \neg\varphi, \vdash_{\mathbf{Lj}} \neg\psi$ (противоречие влечет в **Lj** произвольную негативную формулу).

Минимальная логика часто рассматривается как альтернативный (к гейтинговой логике) кандидат на место интуиционистской логики. В данной статье мы сравниваем онтологические допущения расширений гейтинговой и минимальной логик и утверждаем, что, отбрасывая аксиому *ex contradictione quodlibet* ($\bot\supset p$), мы отказываемся от определенного онтологического статуса противоречия, и, значит, проводим различие между онтологией и нашими эпистемическими приверженностями. Таким образом, паранепротиворечивая логика **Lj** имеет важное преимущество перед гейтинговой логикой, если мы понимаем конструктивную логику как логику без онтологических допущений. Эти соображения подсказывают также возможное решение отмеченного парадокса.

Наиболее ярко продемонстрировать конструктивный характер паранепротиворечивого отрицания можно путем сравнения логики классической опровержимости **Le** и классической логики **Lk**. Логика классической опровержимости **Le** (см [5]) — наибольшее паранепротиворечивое расширение **Lj**, имеющее позитивный фрагмент классической логики и одновременно паранепротиворечивое отрицание. Нет никаких логик между **Le** и **Lk**, поэтому

[1]Работа поддержана грантом РГНФ № 99-03-00204.

Le можно в действительности рассматривать как систему, получаемую из **Lk** отбрасыванием *ex contradictione quodtibet*. Логика **Le** четырехзначна [5]. Часть ее истинностных значений носит "онтологический характер", а другая часть — "эпистемический" характер. Здесь мы следуем традиции (см., например, [1]), согласно которой онтологические истинностные значения суть те, что могут быть проинтерпретированы в терминах отношения между утверждением и реальностью, а эпистемические истинностные значения — это те, что интерпретируются в терминах отношения между утверждением и нашим знанием. Таким образом, **Le** является одним из самых простых примеров систем, в контексте которых мы можем провести различие между онтологией и нашим знанием. Противоречивые утверждения в **Le** носят по существу модальный характер, и это подсказывает способ преодоления парадокса минимального отрицания. Следует заметить, что это решение находится рядом с (и инспирировано) плодотворным и хорошо развитым подходом, трактующим отрицание как специальную разновидность модального оператора (см. [3, 6]). Здесь же мы предлагаем рассматривать не отрицание, а противоречие как специфическую модальность. В отличие от эксплозивных промежуточных логик, где все противоречия эквивалентны, в паранепротиворечивых расширениях логики **Lj** оператор противоречия $C(\varphi) \leftrightharpoons \varphi \wedge \neg\varphi$ не тривиален. Кроме того, при естественном отождествлении истинностных значений **Le** и истинностных значений четырехзначной модальной логики Лукасевича оператор $C(\varphi)$ совпадает с оператором необходимости $L(\varphi)$ в обозначениях [4, § 49]. Однако, $L(\varphi)$ имеет весьма парадоксальное свойство $L(\varphi \wedge \psi) \equiv L(\varphi) \wedge \psi \equiv \varphi \wedge L(\psi)$. То же самое справедливо для оператора $C(\varphi)$ во всяком расширении минимальной логики. Мы утверждаем, что, с одной стороны, это парадоксальное свойство обеспечивает то, что неограниченная версия *reductio ad absurdum* выполняется во всех расширениях **Lj**, с другой стороны, это свойство ответственно за парадокс $\varphi, \neg\varphi \vdash \neg\psi$. Поэтому, чтобы преодолеть этот парадокс, мы должны ограничить закон *reductio ad absurdum*. Это можно сделать следующим образом.

Заметим, что во всех расширениях **Lj** оператор $C(\varphi)$ удовлетворяет всем модальным аксиомам и правилам системы $HK\Box$ [2]. Мы предлагаем расширить позитивную логику оператором необходимости C. Мы представляем себе $C(\varphi)$ как противоречивое утверждение, сформулированное в терминах утверждения φ, или как противоречивое утверждение релевантное смыслу φ. Затем мы определяем отрицание как $\neg\varphi \leftrightharpoons \varphi \supset C(\varphi)$. Если в нашей системе импликация является интуиционистской или сильнее, мы немедленно имеем $C(\varphi) \equiv \varphi \wedge \neg\varphi$, что вполне согласуется с нашей интуицией относительно φ. Если модальный оператор C не удовлетворяет упомянутому выше парадоксальному свойству, то результирующая паранепротиворечивая система будет свободна от парадокса $\varphi, \neg\varphi \vdash \neg\psi$.

Могут быть получены интересные логики, если мы будем трактовать C не как необходимость, а как оператор невозможности [3]. На этом пути мы можем построить паранепротиворечивые логики, в которых закон *ex contradictione quodlibet* сохраняется для *аналитических противоречий*, т.е. для противоречий вида $\neg\varphi$, где φ — тавтология.

Литература

1. BELNAP N.D. How a computer should think //Contemporary Aspects of Philosophy, ed. G.Ryle, Oriel press (1997).

2. BOŽIĆ M., DOŠEN K. Models for normal intuitionistic modal logic //Studia Logika, **43** (1984), 15–43.

3. DOŠEN K. Negative modal operators in intuionistic logic //Publ. Inst. Math. (Belgrad), Nouv. Ser., **35(49)**, 1984, 3-14.

4. LUKASIEWICZ J. Aristotle's syllogistic from the standpoint of modern formal logic. Oxford, 1957.

5. ODINTSOV S.P. Maximal paraconsistent extension of Johansson logic // Proceedings of First World Congress of Paraconsistency, Ghent, 1997.

6. PERZANOWSKI J. Negation as a positive logic modality //S.Jaśkowski Memorial Symposium; Abstracts, Toruń. – 1998. – P.109.

Поступила в редакцию
8 декабря 2000 года