**МОДЕЛИ КОГНИТИВНЫХ ПРОЦЕССОВ**
**(Вычислительные системы)**
**2001 год** **Выпуск 168**

**УДК 519**

# КЛАССИЧЕСКИЕ ПЕРВОПОРЯДКОВЫЕ ОНТОЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИЗАЦИИ ПЕРВОПОРЯДКОВЫХ ИСЧИСЛЕНИЙ[1]

**К.Ф. Самохвалов**

**Abstract.** For every first-order calculus, classical or not, some classical first-order calculus is defined and philosophically justified as its so-called "classical first-order ontological characterization".

Цель работы: философски мотивировать предложение онтологически характеризовать произвольное классическое или неклассическое первопорядковое исчисление неким специальным ассоциируемым с ним классическим первопорядковым исчислением с так называемым "предикатом существования".

1. Общая философская проблематика в рамках которой указанная цель приобретает интерес, состоит в следующем.[2]

Глагол "существовать" повсеместно употребляется в обычной и научной речи. Однако *смысл* этого глагола отнюдь не один и тот же в разных контекстах. Эмпирический объект яблоко существует или не существует не в том смысле, в каком существует или не существует такая идеальная вещь, как число два, или такие своеобразные сущности, как наши радости и печали. Яблоко существует или нет в пространстве и во времени. Есть смысл

---

[1]Работа выполнена при поддержке гранта РГНФ 99-03-00204.

[2]Дальнейший текст текущего раздела воспроизводит с небольшими изменениями первый параграф работы [1].

говорить, что оно сейчас здесь, а потом будет там. Число два существует или нет вне пространства и времени. Не имеет смысла сказать, что число два расположено или не расположено слева от меня или длится больше секунды. Наши радости и печали существуют только во времени. Имеет смысл сказать, что сначала была радость, потом печаль, но глупо заявить, что радость спереди, а печаль позади. Исторический Буцефал существует или не существует не так, как существует или не существует мифический Пегас. Равным образом, рубль в кармане существует или не существует не так, как существует или не существует миллион долларов в мечтах. Наши *Я* существуют "в себе и для себя", а яблоко в этом смысле не существует вовсе (если, конечно, мы не предполагаем, что оно обладает самосознанием). Такие примеры можно приводить сколь угодно долго.

Кроме того, глагол "существовать" употребляется еще в смысле "быть объектом внимания", или просто "быть объектом". Этот последний смысл отличается от всех вышеуказанных. В этом смысле, если $x$ — объект внимания , то $x$ существует, более того не может не существовать. В частности, в этом смысле существуют эмпирически несуществующие объекты, которые, очевидно, не существуют эмпирически. Например, круглый квадрат, нынешний король Франции, Пегас, фея в мечтах и т.д.

В математике и логике рассматриваемый смысл "быть объектом внимания" передается словами "быть значением подходящей переменной". Правила, управляющие употреблением квантора существования $\exists$ в обычной логике, согласованы с передачей именно такого смысла глагола "существовать". Поэтому в математическом (логическом) контексте слова "существует $x$ такой, что ..." (символически "$\exists x\ldots$") рекомендуется воспринимать как сокращение для фразы "среди объектов внимания, которые мы рассматриваем или собираемся рассматривать, есть и такие, что ...". Соответственно слова "не существует $x$ такой, что ..." рекомендуется воспринимать как сокращение для фразы "среди объектов внимания, которые мы рассматриваем или собираемся рассматривать, нет таких, что ..." или для фразы "такие объекты внимания, что ..., не подлежат (по разным причинам) нашему рассмотрению". Среди этих разных причин может быть или просто наш каприз, или наше опасение впасть в противоречие, или что-либо третье.

Все остальные смыслы "существования" должны передаваться в логике как-то иначе. Например, можно пытаться использовать какие-нибудь нетрадиционные кванторы или можно для каждого из названных в самом начале смыслов использовать свой *предикат существования*:

$EE(x)$ для "$x$ существует эмпирически (как яблоко)";

$IE(x)$ для "$x$ существует идеально (как число два)";

$ME(x)$ для "$x$ существует ментально (как печаль)";

$RE(x)$ для "$x$ существует реально (как рубль в кармане)";

$ImE(x)$ для "$x$ существует в воображении (как миллион долларов в мечтах)";

$CE(x)$ для "$x$ существует как самосознание (как *Я*)".

При этом каждый такой квантор или предикат нужно, конечно, снабдить подходящими правилами или аксиомами, управляющими его употреблением в рассуждениях. Если угодно, выработка таких аксиом и правил — конечная цель раздела философии, известного под названием онтологии.

В этой связи следует заметить, что если говорить о нетрадиционных *кванторах*, то нынешняя ситуация в онтологии изобилует логическими и математическими результатами, относящимися к ним. Достаточно упомянуть здесь такие направления в математике, как интуиционизм, конструктивизм или вообще неклассические логики. Что же касается *предикатов* существования, то пока за два с лишним тысячелетия (начиная от Парменида) успехи в этом направлении очень скромные.

Между тем, буде они достигнуты, можно будет, в итоге, выражать фразы вроде "некоторые объекты не существуют (эмпирически, например)" в виде $\exists x \neg EE(x)$. Тогда как такую фразу нельзя выразить средствами, в которых глагол "существовать" управляется одними лишь классическими кванторами.

Равным образом, если $\pi$ — константа, интерпретируемая как Пегас, то предложение "Пегас не существует (эмпирически)" можно будет выражать посредством $\exists x(x = \pi \;\&\; \neg EE(x))$, а не, как могло бы показаться , в виде

$$\neg\exists x(x = \pi). \qquad (*)$$

Выражение $(*)$ означало бы, что среди объектов, о которых идет речь, нет Пегаса, хотя именно о нем-то и идет речь.

Нужно подчеркнуть, что от нелепостей, подобных $(*)$, логика защищена тем обстоятельством, что если $c$ — имя индивида (замкнутый терм), то предложение $\exists x(x = c)$ — логическая тавтология. И поэтому любая теория, основанная на классической логике, противоречива, когда она содержит теорему вида $\neg\exists x(x = c)$, в частности, когда она содержит теорему $(*)$.

Стало быть, относительно любого индивидуального предмета нельзя логически правильно доказать, что он не существует в классическом математическом смысле глагола "существовать", — какие бы непротиворечивые теории об этом предмете (и, возможно, о других предметах) мы ни принимали во внимание. Когда доказательно утверждают, что некоторый индивидуальный предмет *не* существует, всегда имеют в виду смысл "существования", отвечающий одному из предикатов $EE(x), IE(x), ME(x), RE(x), CE(x)$ и т.д. или отвечающий какому-либо нетрадиционному квантору. Или, как еще говорят, имеют в виду *онтологический* (а не *математический*) смысл слова "существовать". В рамках математического смысла можно доказать (в подходящей теории) отсутствие лишь только *таких-то и таких-то* (не индивидуализированных наименованием) предметов в числе рассматриваемых. Что, собственно, и подразумевается рекомендованным употреблением "$\neg\exists x\ldots$" как сокращения для фразы "среди объектов рассмотрения нет *таких, что* ...".

С другой стороны, встречающиеся в разных контекстах доказательные утверждения о том, что те или иные индивидуальные объекты *существуют*, могут предполагать как онтологические, так и математический смыслы слова "существовать". В таких случаях важно эти смыслы не путать между собою.[3]

[3]Между тем, в работах по основаниям математики иногда путают математический смысл "существования" с онтологическим смыслом, отвечающим предикату $IE$ (или $ImE$). Обычно эта путаница возникает в связи с аксиомой выбора, континуум гипотезой и т.д. Например, некоторое вре-

2. Как уже упомянуто, ныне наблюдается дисбаланс между развитием онтологии в ее "кванторном" и ее "предикатном" выражениях. Не попытаться ли частично уменьшить этот дисбаланс путем оценки онтологической составляющей любого неклассического (а также классического) первопорядкового исчисления как подходящего классического первопорядкового исчисления с дополнительным сигнатурным одноместным предикатным символом, истолковываемым как соответствующий предикат существования?

Речь идет о том, конкретнее, чтобы каждое *не* классически понимаемое высказывание вида $\exists x\varphi$ исходной оцениваемой первопорядковой системы попытаться рассматривать как неполное выражение *классически* понимаемого высказывания $\exists x[\varphi(x)\ \&$ $\&\ P(x)]$, где $P$ — добавленный в сигнатуру исходной системы одноместный предикатный символ для подразумеваемого предиката существования.

Оправдание этой идеи состоит в следующем. Так как, согласно классическому истолкованию кванторов первопорядковых исчислений, существует (в математическом смысле) *каждый* объект, принадлежащий универсуму рассуждения выбранного исходного исчисления, то существование в любом *другом* смысле может относиться только к *части* этого универсума. Вот эта-то часть и выделяется с помощью специального одноместного предиката $P$. При этом исходное неклассическое исчисление накладывает определенные формальные классически понимаемые условия на предикат $P$, которые в совокупности характеризуют как раз ту часть универсума рассуждения, что состоит из

---

мя после того, как Цермело сформулировал аксиому выбора, математики спорили, не вводит ли эта аксиома в рассмотрение вещи, статус которых незаконен. После результата Гёделя о равнонепротиворечивости $ZF$ + *аксиома выбора* с $ZF$ бурные споры вокруг аксиомы выбора в основном утихли, но все-таки спорадически они возникают и сейчас, что и свидетельствует о (неявном) смещении смысла термина "существовать" применительно к множествам от чисто математического к одной из разновидностей онтологического (как правило, к смыслу предиката $IE$ или, реже, $ImE$). Ибо, если речь идет о существовании в математическом смысле — быть объектом рассмотрения, — то существование множеств, вводимых аксиомой выбора, невозможно оспорить, не оспорив при этом $ZF$. Нет противоречия в системе $ZF$ + *аксиома выбора*, — значит, рассматриваем, если хотим, любые множества из этой системы. А она непротиворечива, если непротиворечива система $ZF$.

объектов, существующих в исходном неклассическом смысле. Когда же исходная система с самого начала истолковывается классически, то и этот случай должен автоматически учитываться в качестве *вырожденного* неклассического, — если только рассматриваемая идея не абсурдна.

Замысел данной работы — точно описать эту идею в ее общем виде.

3. Пусть $L_0, L, L_1$ — первопорядковые языки с логическими символами: $\&, \vee, \rightarrow, \neg, \forall, \exists, \approx$ ("равенство"). Соответствующие сигнатуры: $\sigma_0, \sigma, \sigma_1$. Причем, сигнатура $\sigma_0$ состоит из одного одноместного предикатного символа $P$; сигнатура $\sigma$ не содержит $P$ (во всем остальном она произвольна); сигнатура $\sigma_1$ является обогащением сигнатуры $\sigma$ символом $P$.

Пусть $F(L_0), F(L), F(L_1)$, — множества всех предложений языков $L_0, L, L_1$ соответственно. Очевидно, $F(L_0) \subseteq F(L_1)$ и $F(L) \subset F(L_1)$. Пусть $\mathrm{Tau}(L_0), \mathrm{Tau}(L), \mathrm{Tau}(L_1)$ — множества всех предложений, являющихся пропозициональными тавтологиями в языках $L_0, L, L_1$ соответственно. Очевидно, $Tau(L_0) \subset$ $\subset F(L_0)$, $\mathrm{Tau}(L) \subset F(L)$, $\mathrm{Tau}(L_1) \subset F(L_1)$.

Если $\Phi$ $(\Phi_0, \Phi_1)$ — произвольное множество предложений сигнатуры $\sigma(\sigma_0, \sigma_1)$, то через $Cn(\Phi)$ $(Cn_0(\Phi_0), Cn_1(\Phi_1))$ обозначаем множество предложений, выводимых из $\Phi$ $(\Phi_0, \Phi_1)$ в классическом исчислении предикатов $CPC(\sigma)$ $(CPC(\sigma_0), CPC(\sigma_1))$ сигнатуры $\sigma$ $(\sigma_0, \sigma_1)$.

Множество $\Phi$ $(\Phi_0, \Phi_1)$ называется *(классически) противоречивым*, если $Cn(\Phi) = F(L)(Cn_0(\Phi_0) = F(L_0), Cn_1(\Phi_1) = F(L_1))$.

Наконец, для любого исчисления $C$ (в языке $L_0, L$ или $L_1$), через $\mathrm{Trm}(C)$ мы обозначаем множество всех доказуемых в нем предложений.[4] Если $C$ есть $CPC(\sigma)$ $(CPC(\sigma_0), CPC(\sigma_1))$, то, очевидно, $\mathrm{Trm}(C) = Cn(\emptyset)$ $(= Cn_0(\emptyset), = Cn_1(\emptyset))$.

Исчисление $C$ в языке $L$ $(L_0, L_1)$ называется *субклассическим пропозициональным*, если $\mathrm{Trm}(C) \subseteq \mathrm{Tau}(L)$ $(\subseteq \mathrm{Tau}(L_0)$, $\subseteq \mathrm{Tau}(L_1))$. Например, классические, интуиционистские, суперинтуиционистские исчисления высказываний в языках $L, L_0$, $L_1$, — все они являются субклассическими пропозициональными исчислениями.

---

[4]Термин "исчисление" понимается так, как он определен в [2].

Исчисление $C$ (в языке $L_0, L$ или $L_1$) называется *предикатным классическим*, или *исчислением в логике* $CPC(\sigma)$ ($CPC(\sigma_0), CPC(\sigma_1)$),если $\mathrm{Trm}(C) = Cn(\mathrm{Trm}(C))(= Cn_0(\mathrm{Trm}(C)), = Cn_1(\mathrm{Trm}(C)))$.

Исчисление $C$ (субклассическое пропозициональное или нет, предикатное классическое или нет) называется *классически противоречивым*, если является классически противоречивым множество $\mathrm{Trm}(C)$.

Пусть $\varphi$ — произвольная формула языка $L$. Тогда *$P$–перевод $\varphi^{(P)}$ формулы $\varphi$* определяется следующим образом:

если $\varphi$ — атомная формула, то $\varphi^{(P)}$ есть $\varphi$;

если $\varphi$ и $\psi$ — формулы, то $(\neg\varphi)^{(P)}$, есть $\neg\varphi^{(P)}, (\varphi \to \psi)^{(P)}$ есть $(\varphi^{(P)} \to \psi^{(P)})$, $(\varphi \mathbin{\&} \psi)^{(P)}$ есть $(\varphi^{(P)} \mathbin{\&} \psi^{(P)})$, $(\varphi \vee \psi)^{(P)}$ есть $(\varphi^{(P)} \vee \psi^{(P)})$;

если $x$ есть переменная, то $(\forall x\varphi^{(P)})$ есть $\forall x\varphi^{(P)}$, $(\exists x\varphi)^{(P)}$ есть $\exists x(P(x) \mathbin{\&} \varphi^{(P)})$.

Пусть $\Phi$ — произвольное множество первопорядковых предложений языка $L$. *$P$–перевод $\Phi^{(P)}$ множества $\Phi$* есть множество предложений языка $L_1$, определяемое соотношением: $\Phi^{(P)} = \{\varphi^{(P)} | \varphi \in \Phi\}$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1. Множество $\Phi^{[P]}$ предложений языка $L_1$ называется *первопорядковой классической онтологической характеризацией множества* $\Phi$ (предложений языка $L$), если и только если $\Phi^{[P]} = Cn_1(\Phi^{(P)})$.

Для произвольного множества $A$ предложений языка $L_1$ обозначаем через $A|_p$ множество всех тех и только тех предложений из $A$, которые одновременно принадлежат $F(L_0)$ : $A|_p = A \cap F(L_0)$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. *Чистым онтологическим импортом* $O(\Phi)$ множества $\Phi$ (предложений языка $L$) называется множество $Cn_0(\Phi^{[P]}|_P)$. Если $C$ — произвольное исчисление в языке $L$, то множество $O(\mathrm{Trm}(C))$ называется *чистым онтологическим импортом для* $C$ и обозначается $O(C)$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3. Исчисление $C$ в языке $L$ называется:

*исчислением без онтологических обязательств*, если $O(C) = Cn_0(\emptyset)$;

*исчислением с онтологическими обязательствами*, если $O(C) \neq Cn_0(\emptyset)$;

*исчислением с чрезмерными онтологическими обязательствами*, если $O(C)$ — противоречивое множество;

*исчислением с максимальными онтологическими обязательствами*, если $O(C)$ не является противоречивым множеством и ему принадлежит либо предложение $\forall x P(x)$, либо предложение $\forall x \neg P(x)$.

4. Чтобы дать почувствовать общий смысл введенных определениями 1–3 понятий, приведем несколько очевидных или почти очевидных утверждений.

ТЕОРЕМА 1. *Для произвольных множеств $\Phi$ и $\Psi$ формул языка $L$, если $\Phi \supseteq \Psi$, то $\Phi^{[P]} \supseteq \Psi^{[P]}$ и $O(\Phi) \supseteq O(\Psi)$.*

Очевидно. □

ТЕОРЕМА 2. *Для произвольного множества $\Phi$ и $\Psi$ формул языка $L$ $\Phi^{[P]} \supseteq Cn_1(\emptyset)$.*

Очвидно □

ТЕОРЕМА 3. *Если $C$ — субклассическое пропозициональное исчисление в языке $L$, то* $\mathrm{Trm}(C)^{[P]} = Cn_1(\emptyset)$ и $O(C) = Cn_0(\emptyset)$.

а) $\subseteq$ . *Из определения $P$-перевода для формул следует, что для всякого предложения $\varphi$ языка $L$, если $\varphi \in \mathrm{Tau}(L)$, то $\varphi^{(P)} \in \in \mathrm{Tau}(L_1)$. С другой стороны, $\mathrm{Tau}(L_1) \subseteq Cn_1(\emptyset)$. Следовательно, заведомо $\mathrm{Trm}(C)^{[P]} \subseteq Cn_1(\emptyset)$.*

*б) $\supseteq$ . По теореме 2.*

Вместе "а" и "б" доказывают теорему, ибо соотношение $O(C) = Cn_0(\emptyset)$ — очевидное следствие соотношения $\mathrm{Trm}(C)^{[P]} = Cn_1\emptyset)$. □

ТЕОРЕМА 4. *Пусть $\Phi$ — произвольное множество формул языка $L$ такое, что предложение $\varphi_0 \equiv \forall x \exists y (x \approx y)$ принадлежит $\Phi$. Тогда $\Phi^{[P]} = Cn_1(\Phi \cup \{\forall x P(x)\})$.*

*а) $\subseteq$ . согласно определению 1,*

$$\Phi^{[P]} = Cn_1(\Phi^{(P)}). \tag{1}$$

С другой стороны,

$$Cn_1(\Phi \cup \{\forall x P(x)\}) = Cn_1(Cn_1(\Phi \cup \{\forall x P(x)\})). \tag{2}$$

Из (1) и (2) имеем: если

$$Cn_1(\Phi^{(P)}) \subseteq Cn_1(Cn_1(\{\Phi \cup \forall x P(x)\})), \tag{3}$$

то

$$\Phi^{[P]} \subseteq Cn_1(\{\Phi \cup \forall x P(x)\}). \tag{4}$$

В свою очередь, (3) следует из:

$$\Phi^{(P)} \subseteq Cn_1(\Phi \cup \{\forall x P(x)\}). \tag{5}$$

Значит, (4) следует из (5).

Далее, для предложения $\varphi$ языка $L$ предложение $(\varphi \to \varphi^{(P)}) \,\&\, (\varphi^{(P)} \to \varphi)$ принадлежит множеству $Cn_1(\{\forall x P(x)\})$, а, значит, и множеству $Cn_1(\Phi \cup \{\forall x P(x)\})$ — по определению $P$-перевода для формул и по лемме об эквивалентной замене. Кроме того, $\Phi \subseteq Cn_1(\Phi \cup \{\forall x P(x)\})$. Следовательно, для всякого предложения $\varphi$ языка $L$, если $\varphi \in \Phi$, то $\varphi^{(P)} \in Cn_1(\Phi \cup \{\forall x P(x)\})$. Значит, имеет место (5), и, таким образом, справедливо соотношение (4).

б) $\subseteq$ . По теореме 2,

$$\Phi^{[P]} \supseteq Cn_1(\varnothing). \tag{6}$$

Значит,

$$\Phi^{[P]} \cup \Phi \cup \{\forall x P(x)\} \supseteq Cn_1(\varnothing) \cup \Phi \cup \{\forall x P(x)\}.$$

Отсюда

$$Cn_1(\Phi^{[P]} \cup \Phi \cup \{\forall x P(x)\}) \supseteq Cn_1(Cn_1(\varnothing) \cup \Phi \cup \{\forall x P(x)\}). \tag{7}$$

Далее,

$$Cn_1(Cn_1(\varnothing) \cup \Phi \cup \{\forall x P(x)\}) = Cn_1(\Phi \cup \{\forall x P(x)\}). \tag{8}$$

Поэтому (7) равносильно соотношению:

$$Cn_1(\Phi^{[P]} \cup \Phi \cup \{\forall x P(x)\}) \supseteq Cn_1(\Phi \cup \{\forall x P(x)\}). \tag{9}$$

Рассмотрим предложение $\varphi_0 \equiv \forall x \exists y (x \approx y)$. По условию теоремы, $\varphi_0$ принадлежит множеству $\Phi$. Следовательно, $\varphi_0^{(P)} \equiv$ $\equiv \forall x \exists y (x \approx y \,\&\, P(y))$ принадлежит множеству $\Phi^{[P]}$. С другой стороны, импликация $\varphi_0^{(P)} \to \forall x P(x)$ принадлежит множеству $Cn_1(\emptyset)$ и, значит, в силу (6), принадлежит также и множеству $\Phi^{[P]}$. Следовательно, множеству $\Phi^{[P]}$ принадлежит и предложение $\forall x P(x)$. Но тогда (9) равносильно соотношению:

$$Cn_1(A^{[P]} \cup \Phi) \supseteq Cn_1(\Phi \cup \{\forall x P(x)\}). \tag{10}$$

Далее, так как предложение $\forall x P(x)$ принадлежит множеству $\Phi^{[P]}$, то для всякого предложения $\varphi$ языка $L$ предложение $(\varphi \to \varphi^{(P)}) \& (\varphi^{(P)} \to \varphi)$ также принадлежит этому множеству — по определению $P$-перевода для формул и по лемме об эквивалентной замене. Следовательно, для всякого предложения $\varphi$ языка $L$, если $\varphi^{(P)} \in \varphi^{[P]}$, то и $\varphi \in \Phi^{[P]}$. Отсюда следует, что

$$\Phi \subseteq \Phi^{[P]}, \tag{11}$$

ибо множество $\Phi^{(P)}$ — подмножество множества $\Phi^{[P]}$.

В силу (11), соотношение (10) равносильно соотношению:

$$Cn_1(\Phi^{[P]} \cup \Phi) = Cn_1(\Phi^{[P]} = \Phi^{[P]} \supseteq Cn_1(\Phi \cup \{\forall P(x)\}). \tag{12}$$

Вместе (4) и (12) влекут теорему. □

ТЕОРЕМА 5. *Пусть $\Phi$ — произвольное множество формул языка $L$ такое, что предложение $\varphi_0 \equiv \forall x \exists y (x \approx y)$ принадлежит $\Phi$. Тогда $\Phi^{[P]}$ классически противоречиво в том и только в том случае, если классически противоречиво множество $\Phi$.*

Очевидное следствие теоремы 4. □

ТЕОРЕМА 6. *Пусть $\Phi$ — произвольное множество формул языка $L, C$ — предикатное классическое исчисление такое, что* $\mathrm{Trm}(C) = Cn(\Phi)$. *Тогда* $\mathrm{Trm}(C)^{[P]} = Cn_1(\Phi \cup \{\forall x P(x)\})$, *и* $O(C) = Cn_0(\{\forall x P(x)\})$. *Если при этом $\Phi$ классически не противоречиво, то $C$ — исчисление с максимальными онтологическими обязательствами.*

Очевидное следствие определения 3 и теоремы 4. □

ТЕОРЕМА 7. *Пусть $C$ — произвольное исчисление в языке $L$ такое, что* $\mathrm{Trm}(C) \subseteq Cn(\emptyset)$. *Тогда* $\mathrm{Trm}(C)^{[P]} \subseteq Cn_1(\{\forall x P(x)\})$ *и* $O(C) \subseteq Cn_0(\{\forall x P(x)\})$.

Очевидное следствие теорем 4 и 1. □

ТЕОРЕМА 8. *Пусть $C^*$ — исчисление в языке $L$ такое, которое получено из $CPC(\sigma)$ отбрасыванием в нем всех правил вывода, кроме modus ponens, отбрасыванием всех $\forall$-, $\exists$-, $\forall\exists$-, $\exists\forall$-схем аксиом и заменой всех аксиом равенства следующей одной аксиомой:* $\exists x(x \approx x)$. *Тогда* $\mathrm{Trm}(C^*)^{[P]} = Cn_1(\{\exists x P(x)\})$ *и* $O(C^*) = Cn_0(\{\exists x P(x)\})$.

Очевидно. □

5. Таким образом, мы, в частности, установили:

1) имеются исчисления в $L$ без онтологических обязательств. Некоторый класс таких исчислений имеет одну и ту же онтологическую характеризацию для каждого своего члена (теорема 3). Этому классу принадлежат, например, все исчисления, которые обычно принято называть "пропозициональными логиками";

2) имеются исчисления в $L$ с максимальными онтологическими обязательствами. Например, ими являются все те исчисления, которые обычно принято называть "непротиворечивыми теориями, основанными на классической логике". Онтологические характеризации разных таких исчислений, вообще говоря, разные (теорема 6);

3) имеются исчисления в $L$ с чрезмерными онтологическими обязательствами. Например, ими являются все те исчисления, которые обычно принято называть "противоречивыми теориями, основанными на классической логике" (теорема 5);

4) имеются исчисления в $L$ с онтологическими обязательствами, не являющимися ни максимальными, ни чрезмерными (теорема 8).

Не означает ли все это, что идея классических первопорядковых онтологических характеризаций первопорядковых исчислений имеет, по-видимому, право на жизнь — в философии, по крайней мере?

Литература

1. САМОХВАЛОВ К.Ф. Предикаты существования и "онтологический аргумент" //Логические исследования. — М., 1999. — Вып. 6.

2. ЕРШОВ Ю.Л., ПАЛЮТИН Е.А. Математическая логика. — М., 1979.

Поступила в редакцию
6 декабря 2000 года