МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ
КОГНИТИВНЫХ ПРОЦЕССОВ
(Вычислительные системы)

2002 год Выпуск 170

УДК 1:0001.8+16:0001.12+510

ПАРАДОКС ИНДУКЦИИ ГУДМЕНА

Е.Е. Витяев, И.В.Хомичева

Введение

Проблема индукции является одной из наиболее старых и, в то же время, наиболее запутанных проблем. Проблемой индукции занимались, начиная с Сократа, практически все известные философы: Д.Юм, Ф.Бэкон, Дж.Миль, Дж.Хинттика и многие другие. Наиболее общим определением индуктивного метода является следующее: метод индукции есть метод перехода от фактов к общим высказываниям о мире.

Несмотря на солидную историю, до сих пор никто не предпринимал попытку дать общее определение методов индукции и исследовать его. В работе [1] дается такое определение вместе с набором необходимых свойств, которым должны удовлетворять методы индукции. Необходимые свойства определяются так, что без их выполнения теряет смысл сама проблема индукции. Доказано, что методов индукции, удовлетворяющих этим свойствам, не существует. Тем самым, получен отрицательный результат о существовании методов индукции, удовлетворяющих этим необходимым свойствам. В работе [2] такой же результат получен для наиболее наглядного способа представления результатов экспериментов в виде точек в признаковом пространстве.

Одним из основных необходимых требований к методам индукции является требование лингвистической инвариантности — инвариантности методов индукции к языкам, в которых они сформулированы (языкам представления гипотез и результатов экспериментов). Усиление гипотезы не должно зависеть от языка, в котором она сформулирована, а должно зависеть от результатов наблюдений и исходной гипотезы. Несмотря на очевидность этого требования, ни один из существующих методов индукции ему не удовлетворяет.

Впервые зависимость методов индукции от языка заметил Н.Гудмен в своем "новом парадоксе индукции Гудмена". Однако он не сделал, да и не мог сделать на основании только своего парадокса, того вывода, который следует из отрицательного результата — о невозможности инвариантных (удовлетворяющих требованию лингвистической инвариантности) методов индукции. Тем не менее, многие авторы, занимавшиеся этим парадоксом (высказывания некоторых приводятся ниже), достаточно хорошо понимали его радикальность и общность.

Цель данной статьи — показать, что парадокс Гудмена и отрицательные результаты говорят об одном и том же. Мы докажем, что парадокс Гудмена является частным случаем отрицательного результата. Тем самым, с одной стороны, мы покажем общность парадокса Гудмена и тем самым еще раз привлечем внимание научной общественности к решению проблемы индукции, с другой стороны, отрицательный результат будет продемонстрирован на простейшем примере, каким является парадокс Гудмена.

1. Парадокс Гудмена и его обсуждение в литературе

Изложим парадокс индукции Гудмена в его традиционной формулировке и приведём относящиеся к нему обсуждения.

Наиболее бесспорным считается следующее правило индуктивного вывода: если некоторый предикат P применим ко всем объектам $a(t_1), \ldots, a(t_n)$, протестированным до настоящего времени t_n, то для достаточно большого n мы можем скорее полагать, что предикат P должен быть применим и к следующему объекту $a(t_{n+1})$, чем не применим. Парадокс Гудмена является контрпримером против этого правила.

Рассмотрим изумруд. Изумруд характерен тем, что иногда он может выглядеть зеленым, а иногда голубым. Предположим, что во все моменты времени t_i, $i = 1, \ldots, n$, до настоящего времени он был зеленым. Определим язык L, содержащий единственный предикат $\mathrm{Green}(a(t_i))$, $i = 1, \ldots, n$. Тогда до настоящего времени предикат Green истинен на объектах $a(t_1), \ldots, a(t_n)$. Это можно записать в виде протокола наблюдений $pr_L(a(t_1), \ldots$ $\ldots, a(t_n)) = \{\mathrm{Green}(a(t_1)), \ldots, \mathrm{Green}(a(t_n))\}$. Тогда по приведенному правилу индукции мы должны полагать, что и в следующий момент времени t_{n+1} он будет зеленый, т.е. предикат $\mathrm{Green}(a(t_{n+1}))$ будет истинен.

Определим предикат $\mathrm{Grue}(a)$ (зелубой), который истинен, если изумруд a зелёный до настоящего времени, и голубой — в последующие моменты времени, в частности в момент времени t_{n+1}. Протокол наблюдений предиката $\mathrm{Grue}(a)$ будет такой же, как и предиката $\mathrm{Green}(a)$, а именно $\mathrm{Grue}(a(t_1)), \ldots, \mathrm{Grue}(a(t_n))$. Относительно этого предиката по приведенному выше правилу индукции мы также должны сделать вывод о том, что и в следующий момент времени t_{n+1} он также будет истинным, т.е. предикат $\mathrm{Grue}(a(t_{n+1}))$ будет истинным в момент времени $a(t_{n+1})$. Но в силу определения предиката Grue изумруд $a(t_{n+1})$ должен быть голубым, и значит, не зеленым, что противоречит тому, что должен быть истинен предикат $\mathrm{Green}(a(t_{n+1}))$. Таким образом, применяя простейшее правило индукции, мы получаем противоречивое предсказание относительно цвета изумруда в момент времени t_{n+1}. Предикаты Green и Grue совершенно симметричны как синтаксически, так и по протоколам наблюдений и нет никаких формальных и объективных оснований предпочесть один из них другому. Предпочтение одного из этих предикатов есть предпочтение одного языка описания экспериментов и гипотез другому.

Многие авторы, в том числе и сам Гудмен, пытались найти выход из этого парадокса. Большинство из них пытались найти основания для предпочтения одного из двух предикатов. Одним из критериев предпочтения рассматривалось понятие простоты гипотезы.

После долгих попыток [3] стало ясно, что не удаётся установить a-priori, что считать проще. Оснований для предпочтения нет в силу полной симметрии предикатов. Marry Hesse [3] привела рассуждения о том, что "зелубой" кажется невероятен до тех пор, пока "нет радикально новой теории... которая стала бы столь обычной и привычной, как физика". Человек не примет "зелубизм" пока он не будет преподнесён ему в "общепринятом виде", пока он не станет обыденностью в смысле терминологии и образов. Автор делает вывод о "возможности существования альтернативных теорий ... со своими предсказаниями внутри".

Аналогично рассуждает F.Von Kutshera[5]. Автор предлагает расширить существующие модели, изначально введя общую договорённость о выборе "языка, который используется для описания мира". Он утверждает, что "наши представления о мире основаны на априорных предположениях, которые не могут быть установлены экспериментально". Поэтому стоит условиться о языке и, тем самым, сделать предположения о самом методе индукции. Автор приходит к выводу, что так как язык не обязан обладать свойством инвариантности при переходе от одного мира к другому, "... вполне возможно, что несколько языков, являясь эквивалентными по своим выразительным возможностям, приводят к различным знаниям о мире".

Сам Гудмен в своей теории проекции ("theory of projection") о распространении гипотез в пространстве и времени пытается построить модель, в которой разрешается парадокс Гудмена. С каждой гипотезой он связывает понятие степени "распространения", т.е. способности гипотезы к предсказанию. Многие авторы [4,5], анализируя теорию Гудмена, пришли к выводу, что нет "логического критерия" для определения этого свойства гипотезы. Более того, нет даже способа, реализуемого эмпирически. Поэтому теория Гудмена требует глобальной переработки и развития.

Итак, в пределах существующих теорий пока нет обоснованного решения парадокса Гудмена. Более того, полученные отрицательные результаты [1,2] показывают, что такие же парадоксы существуют и для многих других типов языков:

- логическом, где гипотезой является алгоритм, проверяющий верифицируемость или фальсифицируемость гипотезы на некотором протоколе наблюдений [1];
- числовом пространстве, где гипотезой является область допустимых результатов экспериментов [2].

2. Доказательство парадокса Гудмена

Приведем доказательство парадокса Гудмена как частного случая отрицательного результата. Будем использовать те же понятия и требования к методом индукции, что и в отрицательных результатах.

Определим язык $L =<$ Green, Blue $>$. Протоколом наблюдений $pr^{L} = \mathrm{Obs}^{L}(A)$ в языке L над множеством объектов $A = \{a(t_1), \ldots, a(t_n)\}$ посредством измерительной процедуры Obs назовем множество значений истинности предикатов из L на объектах из A, $pr^{L}(A) = \{\mathrm{Green}(a(t_1), \ldots, \mathrm{Green}(a(t_n))\}$. Множество всех возможных протоколов наблюдений в языке L обозначим через PR^{L}. Гипотезой h^{L} в языке L назовём отображение $h^{L} : PR^{L} \to \{0, 1\}$, ставящее в соответствие каждому протоколу $pr^{L} \in PR^{L}$ значение 0 (протокол фальсифицирует гипотезу) или значение 1 (протокол согласуется с гипотезой).

Методом индукции в языке L назовем отображение $F :< pr_0^{L}, h_0^{L} >\to h_1^{L}$, ставящее в соответствие протоколу наблюдений pr_0^{L} и некоторой исходной гипотезе h_0^{L}, не опровергающийся этим протоколом $h_0^{L}(pr_0^{L}) = 1$, новую усиленную гипотезу h_1^{L}. Гипотеза h_1^{L} сильнее гипотезы h_0^{L}, если $h_1^{L} < h_0^{L}$, что означает, что $h_1^{L}(pr^{L}) \leq h_0^{L}(pr^{L})$ для любого протокола $pr^{L} \in PR^{L}$ и хотя бы для одного протокола $pr^{L} \in PR^{L}$ выполнено строгое неравенство (гипотеза h_1^{L} запрещает некоторый протокол $h_1^{L}(pr^{L}) = 0$, а гипотеза h_0^{L} допускает его $h_0^{L}(pr^{L}) = 1$).

Опишем метод индукции, используемый в парадоксе Гудмена. Возьмём в качестве исходной гипотезы h_0^{L}, гипотезу в которой всё возможно $(h_0^{L}(pr^{L}) = 1,\ pr^{L} \in PR^{L})$. В качестве протокола pr_0^{L}, возьмём протокол $pr_0^{L}(A) = \{\mathrm{Green}(a(t_1)), \ldots, \mathrm{Green}(a(t_n))\}$. Тогда метод индукции $G_L :< pr_0^{L}, h_0^{L} >\to h_1^{L}$ должен давать гипотезу h_1^{L}, прогнозирующую свойство Green для объекта $a(t_{n+1})$. Это означает, что гипотеза h_1^{L} должна не только, допускать протокол $\{\mathrm{Green}(a(t_{n+1}))\}$, т.е. $h_1^{L}(\{\mathrm{Green}(a(t_{n+1}))\}) = 1$, но и запрещать другие значения цвета, например, голубой, т.е. протокол $\{\mathrm{Blue}(a(t_{n+1}))\}$, $h_1^{L}(\{\mathrm{Blue}(a(t_{n+1}))\}) = 0$. Ясно, что в этом случае $h_1^{L} < h_0^{L}$.

Основным необходимым требованием к методам индукции является требование лингвистической инвариантности [1,2].

Возьмём другой язык $Q = <\mathrm{Grue}, \mathrm{Blue}>$, где предикат Grue был определен выше. Протоколы наблюдений pr^{L} и pr^{Q} будем называть изоморфными $pr^{\mathrm{L}} \approx pr^{\mathrm{Q}}$, если они переходят друг в друга при взаимооднозначной замене символов предикатов и символов объектов одного языка на другой. Например, следующие протоколы изоморфны

$$pr^{\mathrm{L}}(A) = \{\mathrm{Green}(a(t_1)), \ldots, \mathrm{Green}(a(t_n))\},$$
$$pr^{\mathrm{Q}}(a) = \{\mathrm{Grue}(a(t_1)), \ldots, \mathrm{Grue}(a(t_n))\}.$$

Отображение изоморфизма, переводящее один протокол в другой и обратно, обозначим через φ, $\varphi(pr^{\mathrm{L}}(A)) = pr^{\mathrm{Q}}(A)$.

Требование лингвистической инвариантности гласит, что метод индукции не должен зависеть от языка, в котором записаны протокол и исходная гипотеза, т.е.

$$\varphi(F(< pr_0^{\mathrm{L}}, h_0^{\mathrm{L}} >)) = F(< \varphi(pr_0^{\mathrm{L}}), \varphi(h_0^{\mathrm{L}} >) = F(< pr_0^{\mathrm{Q}}, h_0^{\mathrm{Q}} >).$$

Это требование является необходимым, так как если оно не выполнено $\varphi(F(< pr_0^{\mathrm{L}}, h_0^{\mathrm{L}} >)) \neq F(< pr_0^{\mathrm{Q}}, h_0^{\mathrm{Q}} >)$, то существует исходная гипотеза и протокол $< pr_0^{\mathrm{L}}, h_0^{\mathrm{L}} >$ такие, что сама эта пара и ей изоморфная $< \varphi(pr_0^{\mathrm{L}}), \varphi(h^{\mathrm{L}})_0 >$, полученная простым переписыванием символов объектов и предикатов, усиливаются в разных языках по–разному. Это означает зависимость метода индукции от формы записи протокола и гипотезы.

В отрицательных результатах [1,2] доказывается, что не существует (с точностью до вырожденных) методов индукции, удовлетворяющих необходимым требованиям. Парадокс Гудмена есть частный случай отрицательных результатов и является иллюстрацией нарушения требования лингвистической инвариантности.

Возьмём язык $Q = <\mathrm{Grue}, \mathrm{Blue}>$ и отображение изоморфизма $\varphi : a_i \to a_i$, $i = 1, \ldots, n+1; \mathrm{Green} \to \mathrm{Grue}$; $\mathrm{Blue} \to \mathrm{Blue}$. Требование лингвистической инвариантности для языков L и Q примет вид:

$$\varphi(F(< pr_0^{\mathrm{L}}, h_0^{\mathrm{L}} >)) = \varphi(h_1^{\mathrm{L}}) = F(< pr_0^{\mathrm{Q}}, h_0^{\mathrm{Q}} >) = h_1^{\mathrm{Q}}.$$

Поскольку для гипотезы h_1^L верно, что $h_1^L(\{\mathrm{Green}(a(t_{n+1}))\}) = 1$, $h_1^L(\{\mathrm{Blue}(a(t_{n+1}))\}) = 0$, то из равенства $\varphi(h_1^L) = H_1^Q$ следует, что $h_1^Q(\{\mathrm{Grue}(a(t_{n+1}))\}) = 1$ и $h_1^Q(\{\mathrm{Blue}(a(t_{n+1}))\}) = 0$. Но предикат $\mathrm{Grue}(a(t_{n+1}))$ по определению есть предикат $\mathrm{Blue}(a(t_{n+1}))$ для объекта $a(t_{n+1})$, измеренного после настоящего времени. Отсюда следует парадокс Гудмена, так как мы имеем одновременно $h_1^Q(\{\mathrm{Blue}(a(t_{n+1}))\}) = 1$, и $h_1^Q(\{\mathrm{Blue}(a(t_{n+1}))\}) = 0$, что является противоречием (после подстановки в предикат Grue его определения). Данное противоречие есть более точное выражение парадокса Гудмена.

Литература

1. САМОХВАЛОВ К.Ф. О теории эмпирических предсказаний. — Новосибирск, 1973. — Вычислительные системы. — Вып. 55. — С. 3–35.

2. VITYAEV E.E., NOVIKOV V.E. Induction method paradoxicality //Interanional journal of Patteru Recognition and Artificial Intelligence. — 1989. — Vol. 3, № 1. — P. 147–157.

3. HESSE M., Ramifications of "grue" //The British journal for the philosophy of science. — 1969. — Vol. 20. — P. 13–15.

4. TELLER P. Goodman's theory of projection //The British journal for the philosophy of science. — 1969. — Vol. 20. — P. 219–238.

5. KUTSCHERA F. Von. Induction and empiricist model of knowledge// Journal of Philosophical Logic. — 1993. — Vol. 22. — P. 563–588.

Поступила в редакцию
8 апреля 2002 года