МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КОГНИТИВНЫХ ПРОЦЕССОВ
(Вычислительные системы)
2002 год Выпуск 172

УДК 519

О ТЕРМИНОЛОГИИ В ФИЛОСОФСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ НАПРАВЛЕНИЯ ВРЕМЕНИ[1]

К.Ф.Самохвалов

Заметка носит подготовительный характер. Её цель — сформулировать и бегло проанализировать несколько определений, отсутствие которых ощутимо в распространенных философских разговорах о направлении времени.

1. Пусть V — произвольная аксиоматическая система в языке первого порядка с равенством, содержащим среди своих сигнатурных символов двуместный предикатный символ R и, быть может, другие предикатные или функциональные символы S, f и т.д. Пусть V' — аксиоматическая система, полученная переписыванием V с заменой R на новый двуместный предикатный символ Q. Кроме того, пусть V'' — множество, которое состоит из одного предложения $\forall xy(xQy \leftrightarrow yRx)$: $V'' = \{\forall xy(xQy \leftrightarrow yRx)\}$. Наконец пусть $W(V) = \mathrm{Cn}(V \cup V' \cup V'')$, где $\mathrm{Cn}(A)$ обозначает дедуктивное замыкание множество предложений A.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1. Говорим, что (*предикатный символ*, или просто *предикат*) R *ненаправлен в* (*рамках*) V, если и только если V — непротиворечивая система, а $W(V)$ — консервативное расширение системы V.

Например, мы говорим, что предикат R ненаправлен в V, если V — теория линейного плотного порядка без концевых точек,

---

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке грантами РГНФ № 01–03–00247а и РФФИ № 00–06–80180.

т.е. $V = \mathrm{Cn}(\{\forall xyz(xRy \,\&\, yRx \to xRz), \forall xy(xRy \,\&\, yRx \to x = y), \forall x\, xRx,\ \forall xy(xRy \vee yRx),\ \forall xy(xRy \,\&\, x \neq y \to \exists z(xRz \,\&\, z \neq x \,\&\, zRy \,\&\, z \neq y)),\ \exists xy\, x \neq y,\ \forall x \exists y(xRy \,\&\, x \neq y),\ \forall x \exists y (yRx \,\&\, x \neq y)\})$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. Говорим, что R *направлен в* V, если и только если V непротиворечивая, а $W(V)$ противоречивая системы.

Например, мы говорим, что предикат R направлен в V, если $V = \mathrm{Cn}(\{\exists x \forall y\, xRy, \neg\exists y \forall x\, xRy\})$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3. Говорим, что R *смешан в* V, если и только если V непротиворечива, а R не направлен и не ненаправлен в V.

Например, мы говорим, что предикат R смешан в V, если $V = \mathrm{Cn}(\{\exists x \forall y\, xRy\})$.

Очевидны следующие пять утверждений.

УТВЕРЖДЕНИЕ 1. *Если предикат R смешан в V, то V — не полная система.*

УТВЕРЖДЕНИЕ 2. *Если предикат R смешан в V, то V допускает усиление как до такой системы V_1, в которой R ненаправлен, так и до такой системы V_2, в которой R направлен.*

УТВЕРЖДЕНИЕ 3. *Если система V полная, то предикат R направлен или ненаправлен в V.*

УТВЕРЖДЕНИЕ 4. *Если система V допускает (имеет хотя бы одну) одноэлементную модель, то предикат R не является направленным в V.*

УТВЕРЖДЕНИЕ 5. *Если язык системы V имеет в своей сигнатуре только лишь предикатные символы, а сама система V универсальна ($\forall$–аксиоматизируема), то предикат R в рамках V не является направленным.*

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 4. Пусть $\mathrm{M} = (U; R,\ldots, S,\ldots, f,\ldots, g,\ldots)$ — произвольная алгебраическая система (в соответствующей сигнатуре $(R,\ldots,S,\ldots,f,\ldots,g,\ldots)$) такая, что R — бинарное отношение. Говорим, что (*отношение*) R *направлено* (*ненаправлено*) *в* (*алгебраической системе*) M, если и только если соответствующий предикатный символ R направлен (ненаправлен) в аксиоматической системе $V = \mathrm{Th}(\mathrm{M})$, где $\mathrm{Th}(\mathrm{M})$ — элементарная теория алгебраической системы M.

Очевидно

УТВЕРЖДЕНИЕ 6. *Для любой алгебраической системы* $\mathrm{M} = (U;\boldsymbol{R},\ldots,\boldsymbol{S},\ldots, \boldsymbol{f},\ldots,\boldsymbol{g},\ldots)$, *указанного выше вида, отношение* $\boldsymbol{R}$ *является направленным или ненаправленным в* M.

Для произвольного множества A первопорядковых предложений обозначаем через Mod(A) класс всех моделей этого множества.

Очевидно, имеют место следующие два утверждения.

УТВЕРЖДЕНИЕ 7. *Если* R *направлен (ненаправлен) в* V, *и алгебраическая система* $\mathrm{M} = (U;\boldsymbol{R},\ldots,\boldsymbol{S},\ldots, \boldsymbol{f},\ldots,\boldsymbol{g},\ldots)$ *принадлежит* Mod(V), *то отношение* $\boldsymbol{R}$ *является направленным (ненаправленным) в* M.

УТВЕРЖДЕНИЕ 8. *Если* R *смешан в* V, *то в классе* Mod(V) *найдутся такие две алгебраические системы* $\mathrm{M}_1 = (U_1; \boldsymbol{R}_1,\ldots,\boldsymbol{S}_1,\ldots,\boldsymbol{f}_1,\ldots,\boldsymbol{g}_1,\ldots)$ *и* $\mathrm{M}_2 = (U_2;\boldsymbol{R}_2,\ldots,\boldsymbol{S}_2,\ldots, \boldsymbol{f}_2,\ldots,\boldsymbol{g}_2,\ldots)$, *что* $\boldsymbol{R}_1$ *является направленным в* M_1, *а* $\boldsymbol{R}_2$ *является ненаправленным в* M_2.

2. Теперь все готово, чтобы предложить терминологию для философских обсуждений направления времени, удобную с точки зрения общности, простоты и точности. А именно, читателю в подобных обсуждениях предлагается руководствоваться следующими двумя лингвистическими соглашениями.

СОГЛАШЕНИЕ 1. Если $\mathrm{M} = (U;\boldsymbol{R},\ldots, \boldsymbol{S},\ldots,\boldsymbol{f},\ldots,\boldsymbol{g},\ldots)$ — алгебраическая система рассматриваемого в разделе 1 вида, то пара $\tau = (\boldsymbol{R}, \mathrm{M})$ называется (*конкретной*) *разновидностью возможного времени*, или просто (*конкретным*) *возможным временем.* Если $\tau = (\boldsymbol{R}, \mathrm{M})$ — возможное время, и $\boldsymbol{R}$ направлен (ненаправлен) в M, то τ называют *направленным* (*ненаправленным*).

СОГЛАШЕНИЕ 2. Если V — аксиоматическая система в языке первого порядка (с равенством), сигнатура которого содержит двуместный предикатный символ R, то пара $T = (R, V)$ называется *теорией возможных времен.*

Заметим, что всякую теорию возможных времен $T = (R, V)$ позволительно рассматривать как всего лишь *описание* некоторого соответствующего класса возможных времен, который по очевидной аналогии с $\mathrm{Mod}(V)$ удобно обозначать через $\mathrm{Mod}(T)$ или, по желанию, через $\mathrm{Mod}(R, V)$. Осталось пояснить, что значит «руководствоваться» соглашениями 1 и 2.

Пусть $\mathcal{J}$ — класс всех возможных времен. Мы руководствуемся указанными соглашениями, если и только если действуем в рамках следующих четырех пунктов.

1. Мы предполагаем, что для всякого разговора о *реальном* времени предварительно задается смысл, в котором некоторому (не обязательно известно какому именно конкретно) элементу τ° класса $\mathcal{J}$ приписывается свойство «быть реальным». От разговора к разговору этот смысл может меняться — все зависит от преследуемых нами задач или интересов, и здесь нельзя дать общих рецептов. Можно только отметить, что в каждом конкретном случае вопрос выбора задаваемого смысла — это в точности вопрос фиксации так называемой «природы» интересующего нас реального времени.

2. Мы считаем, что *всякое* наше предположение о *реальном* времени — это предположение (рискованное или нет) о том, что упомянутый в предыдущем пункте элемент τ° класса $\mathcal{J}$, соответствующий рассматриваемому случаю, принадлежит некоторому наперед заданному (в каждом случае своему) подклассу $\mathcal{X}$ класса $\mathcal{J}$.

3. В качестве подходящего подкласса $\mathcal{X}$ мы рассматриваем тот или иной, но всегда только такой класс возможных времен, что $\mathcal{X} = \mathrm{Mod}(R, V)$, где (R, V) — некоторая (в каждом случае своя) теория возможных времен T, которая в *этом* применении называется также *теорией реального времени*. С последней допустимо обращаться так, как обычно обращаются с любой другой *содержательной* аксиоматической теорией.

4. Мы считаем, что *всякая* теория возможных времен может быть использована как некоторая теория реального времени.

Чтобы продемонстрировать предлагаемую терминологию, заметим, что одно из следствий утверждений 5–8 звучит в ней следующим образом.

Пусть $T = (R, V)$ — теория реального времени. Если язык системы V имеет в своей сигнатуре только лишь предикатные символы, а сама система V универсальна ($\forall$–аксиоматизируема), то заведомо, какова бы ни была T во всем остальном, она, тем не менее, не гарантирует, что реальное время является направленным.